

# 気象モデルに用いられる乱流モデルの相互比較とその特性に関する研究 Comparative Investigation and Characteristics of Turbulence Models in Atmospheric Simulation Modeling

84910037 金 湘栢

Three-dimension atmospheric numerical simulations over complex terrain were carried out. Two types of turbulence models belonging to eddy viscosity models were applied; one was Y-M models(level 2.0, level 2.25 and level 2.25+ $q^2l$ ) which are popular in the meteorological simulation and the other was  $\kappa$ - $\epsilon$  model which have been rarely used for atmospheric simulations. It was proved that Y-M turbulence models have problems that stability functions are limited by critical gradient Richardson number ( $R_{gc} = 0.195$ ) and values of turbulence length scale are estimated to be excessive in the upper layer. On the other hand,  $\kappa$ - $\epsilon$  model showed reasonable values of turbulence length scale. These results suggest that  $\kappa$ - $\epsilon$  model have a great possibility to be applicable to atmospheric simulations although further investigations such as validation of its parameters are needed.

キーワード ; 乱流モデル、乱流粘性モデル、静水圧モデル

Turbulence Model, Eddy Viscosity Model, Hydrostatic Model

## 1. 研究背景および目的

現在、気象現象を解析するモデルには様々な種類の乱流モデルが使用されているが、それらの乱流モデルに対して特徴の把握や、問題に応じた最適な乱流モデルの選択指針は必ずしも明らかになっていないのが現状である。したがって、気象モデルに用いられている乱流モデルを統計的に分類し、相互比較することにより、各々の乱流モデルの特徴を把握し、問題に応じた最適な乱流モデルを選択することが必要とされている。

本研究では乱流粘性モデルである Y-M モデルと標準  $\kappa$ - $\epsilon$  モデルを対象乱流モデルとして選定した。Y-M モデルは、乱流エネルギー、乱流長さスケールおよび安定度関数の3つの乱流基本量を用いて乱流を解析するモデルで、それらを求める方法によって様々なレベルの乱流モデル(YM 2.0、YM 2.25、YM 2.25+ $q^2l$ 、YM 2.5、YM 2.5+ $q^2l$  など)が提案されており、気象モデルに広く利用されてきたモデルである。しかし、Y-M モデルは安定な気象状態における安定度関数の解析と上層における乱流長さスケールの解析に問題点がある。

一方、標準  $\kappa$ - $\epsilon$  モデルは乱流基本量として2つの乱流量を用いている。一つは Y-M モデルと同様

に乱流エネルギーであるが、もう一つは Y-M モデルにおいて問題になっている安定度関数と乱流長さスケールの代わりに乱流エネルギー消散率を用いている。この乱流エネルギー消散率を利用する標準  $\kappa$ - $\epsilon$  モデルを気象モデルに適用することができれば、Y-M モデルの問題点を解決する可能性がある。

本研究では、Y-M モデルの問題点を明らかとし、その問題を解決するため、標準  $\kappa$ - $\epsilon$  モデルを気象モデルへ適用し、気象モデルにおいての標準  $\kappa$ - $\epsilon$  モデルの特徴を把握することを研究目的とした。

特に、乱流は3次元的な現象であり複雑な地形においては乱流輸送の効果がより強くなると考えられるので、ある仮定の複雑地形に対して Y-M モデルと標準  $\kappa$ - $\epsilon$  モデルを適用して3次元乱流輸送効果を比較検討を行った。

## 2. 気象モデル

気象モデルとしては、鉛直方向の大気圧の分布に静水圧近似を用いる静水圧モデルを用い、複雑な地形を効果的に解析するため、その静水圧モデルを  $z^*$ 座標系へ適用して3次元流れ場をシミュレーションした。

## 3. 乱流モデル

流れ場の解析に利用されている乱流モデルを調査し、それらの乱流モデルを系統的に分類した(図1)その中で、乱流粘性モデルであるYMモデルと標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルを研究対象と選定し、特に気象モデルへの適用例が少なかった標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルをYMモデルと比較してその特徴を把握する。

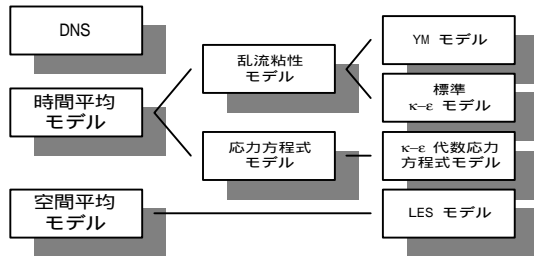


図1. 乱流モデルの分類

### 3.1 YMモデル

乱流粘性モデルであるYMモデルは乱流粘性係数、すなわち、鉛直拡散係数( $K_v^{(m)}$ ,  $K_v^{(h)}$ )を式(1)のように乱流エネルギー( $k=q^2/2$ )、乱流長さスケール( $l$ )、安定度関数( $S_M$ ,  $S_H$ )を利用して求める。

$$K_v^{(m)} = qlS_M \quad , \quad K_v^{(h)} = qlS_H \quad (1)$$

また、YMモデルは乱流エネルギー、乱流長さスケール、安定度関数を求める方法によっていろいろなレベルのモデルが提案されている(表1)。本研究では、その中でYM 2.0レベル、YM 2.25レベル、YM 2.25+ $q^2l$ レベルモデルを選定した。YMモデルの詳しい基礎式はAppendix Aに示した。

表1. 乱流モデルの分類

	乱流エネルギー	安定度関数	乱流長さスケール
YM 2.0	代数式	代数式	積分式
YM 2.25	微分方程式		積分式
YM 2.25+ $q^2l$		$q^2l$ 微分方程式	
YM 2.5		連立代数式	積分式
YM 2.5+ $q^2l$	$q^2l$ 微分方程式		

### 3.2 標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデル

標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルは式(2)のように鉛直拡散係数を求める。

$$K_v^{(m)} = C_m \frac{k^2}{e} \quad , \quad K_v^{(h)} = C_m \frac{k^2}{e} \cdot \frac{1}{S_T} \quad (2)$$

標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルは室内気流解析に一般的に利用されてきたモデルで、乱流エネルギー( $k$ )、乱流エネルギー消散率( $e$ )を利用して鉛直拡散係数を求めることが特徴である。詳しい基礎式はAppendix Bに示した。

## 4. 定常計算における乱流モデルの比較

### 4.1 はじめに

乱流モデル(YM 2.0、YM 2.25、YM 2.25+ $q^2l$ 、標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデル)を3次元静水圧気象モデルへ適用し、その特性を把握することを試みた。

本研究では、研究対象地域として仮定の複雑な地形を設定し、その対象地域の中心に焼却場があったと考えた(図2)。焼却場の北西方向には高い山(最大 895m)が存在しており、南東方向には住宅地域があるものとした。この領域に北西方向から風が吹くと、山の斜面に沿って吹き降りろされた風によって、焼却場からの煙が住宅地域に達し、人体に悪影響を与えることが考えられる。

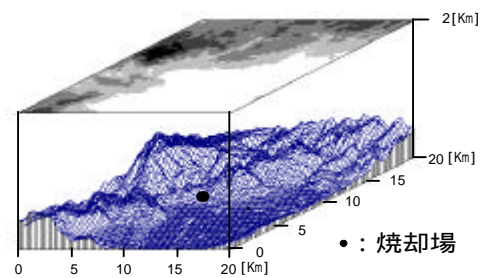


図2. 研究の仮想対象地域

### 4.2 計算条件

地表面から 500m までは中立、500m 以上の上層では安定の気象条件を仮定して、計算領域の北面と西面から北西風が入ってくるように設定し、複雑な地形によってどんな形の流れが形成されるかをシミュレーションした。

風速は、モデルの上面である高度 2000m で最大 6m/s の北西風が吹いており、鉛直方向の鉛直分布は対数分布になるように設定した。

また、今回の計算は、地表面温度の日変動を考慮せずに北西風が吹く時、複雑な地形によって形成される流れ場をシミュレーションする定常計算を行っている。したがって、収束判定が必要になる。計算した水平速度( $u$ ,  $v$ )、それぞれに対して式(3)を利用して収束判定係数を求める( $\Phi_{conv}$ )。この時、 $\Phi^n$ は現ステップの水平速度、 $\Phi^{n+1}$ は新たに計算された次のステップの水平風速である。すなわち、収束判定係数は、計算領域の全体で新たに計算された水平速度の最大値に対する水平速度の時間変動値の最大値である。求めた収束判定係数が $1.0 \times 10^{-7}$ になると計算は収束したと仮定した。

$$\Phi_{conv} = \frac{|\Phi^{n+1} - \Phi^n|_{MAX}}{|\Phi^{n+1}|_{MAX}} \quad \Phi : u, v \quad (3)$$

### 4.3 結果および考察

各乱流モデルで解析した鉛直拡散係数の鉛直分布を見ると YM 2.25+ $q^2l$ 、標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルが YM 2.0、YM 2.25 より大きな鉛直拡散係数を算定したが、一般的な鉛直拡散係数は昼間に数十程度であることを考えると、すべての乱流モデルで解析した鉛直拡散係数が小さすぎて乱流の効果が現れなかった(図3)。それは、今回の計算は定常計算を行って、浮力による乱流生成効果がまったく考慮されなかったことが原因であると考えられる。

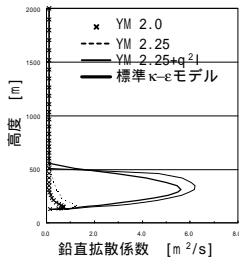


図3. 鉛直拡散係数の鉛直分布 (焼却場、午後2時)

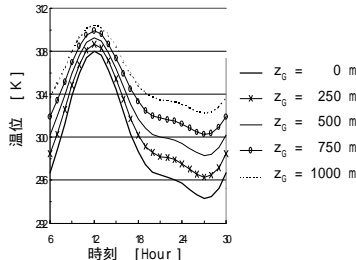


図4. 値表面温位の日変動。

## 5. 浮力効果を考慮した乱流モデルの比較

### 5.1 計算条件

shear に加えて浮力による乱流生成効果を考慮し、乱流モデルの比較検討を行った。浮力による乱流生成効果を考慮するため、地表面温度の日変動を設定した。地表面温度は Ookouchi<sup>(1)</sup> が提案した式を修正して用いた。

$$q_G = q_0 + \frac{1}{8} \left\{ A - 0.004 z_G \right\} \left\{ \begin{array}{l} 1.4 \\ + 5 \sin [15 (t-7) + 6] \\ + 1.7 \sin [30 (t-7) + 310] \end{array} \right\} \quad (4)$$

$$q_0 = 298 + \Gamma_d z_G \quad (5)$$

ここで、 $t$  は時間 [h]、 $A (=10[K])$  は温位変動振幅に関する定数、 $z_G$  は標高であり、 $\Gamma_d (=0.0065 \text{ K/m})$  は乾燥空気減率である。図4は式(4)を使って設定した地表面温位の日変動を示している。

計算は浮力の効果が強く現れるようにするため、計算領域の上面に 1.0 m/s の北西風が北面と西面から流入するものとして、定常計算を行った。流れが収束したことを判定し、その時点から地表面温位が日変動をするものとして、計算を行った。

### 5.2 結果および考察

#### (1) 安定度関数

混合層が最も高く発達するのは YM 2.25+ $q^2l$  であり、YM 2.0 と YM 2.25 はほぼ同じ高さの混

合層が現れた(図5)。

しかし、混合層の上層にある安定層では安定度関数が急激に減少してゼロになってしまうのが分かる。このことは、YM 2.0、YM 2.25、YM 2.25+ $q^2l$  モデルでは、Gradient Richardson 数を利用して安定度関数を求めるが(Appendix A の式(A5))、安定な条件では適切な安定度関数の解析ができないため、臨界 Gradient Richardson 数(=0.195)を定義してこの数値を超えると安定度関数がゼロになるように定義しているためである。

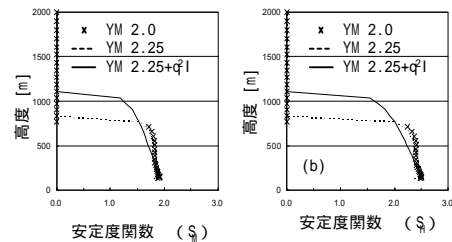


図5. 安定度関数の鉛直分布(位置: 焼却場、時間: 1400LST) (a)  $S_{\eta}$  (b)  $S_{\eta}$

#### (2) 乱流長さスケール

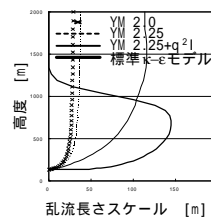


図6. 乱流長さスケールの鉛直分布(焼却場、午後2時)

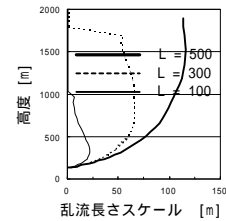


図7. 定数Lに従う乱流長さスケールの鉛直分布(焼却場、午後2時)

YM モデルにおいて乱流長さスケールを求める方法は、積分式を利用する方法と $q^2l$ 微分方程式を解く方法2つがある。まず、積分式を利用した YM 2.0 と YM 2.25 の乱流長さスケールの鉛直分布を見ると(図6)、乱流の影響がほとんどない500m以上の上層で下層と同様の大きな乱流長さスケールが解析されている問題点を発見することができる。それは YM 2.0 と YM 2.25 では乱流エネルギーを鉛直方向で積分して乱流長さスケールを解析するため(Appendix A の式(A3))、鉛直方向に対する乱流エネルギーの分布の特徴がなくなってしまうためである。

それに対して、 $q^2l$ 微分方程式を解いて乱流長さスケールを解析した YM 2.25+ $q^2l$  モデルでは午後2時には積分式を利用した YM 2.0 と YM 2.25 と同様に上層で大きな乱流スケールが解析されていることが分かる。しかし、YM 2.25+ $q^2l$  モデルは $q^2l$ 微分方程式に含まれている定数 $E_2$ (Appendix A の式(A4))を利用して強制的に上層の

乱流長さスケールを抑制しているため、式(6)のように定義されている変数  $E_2$  を適切に設定することによって乱流長さスケールは大きな影響を受ける。

$$E_2 = 1.33 * \exp\left(\frac{z}{500}\right) \quad (6)$$

変数  $E_2$  中の定数 500 は経験的な数値として各利用者によって恣意的に決定しなければならない<sup>(2)</sup>。そこで、この数値を  $L$  として定義し、300、100 と変化させ、その感度解析を行った(図7)。その結果、YM 2.25+ $q^2l$  モデルは恣意的な経験定数  $E_2$  に大きく依存しているのが分かる。

その問題に対して標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルの結果を見る(図6)。標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルでは乱流長さスケールを利用しないが、YM モデルと比較検討をするため、式(7)のように乱流エネルギーとその消散率を利用して乱流長さスケールを定義した。

$$l = \frac{k^{3/2}}{B_1 \epsilon} \quad , \quad B_1 = 16.6 \quad (7)$$

その結果、標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルは上層で滑らかに乱流長さスケールが減少していることが分かる。

### (3) 鉛直拡散係数

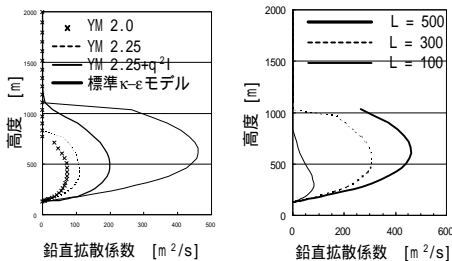


図8. 鉛直拡散係数の鉛直分布 (焼却場、午後2時)

図9. 定数Lに従う鉛直拡散係数の鉛直分布 (焼却場、午後2時)

最も鉛直拡散係数を大きく解析した乱流モデルはYM 2.25+ $q^2l$  モデルであり、最大 400  $m^2/s$  を超える値が算出された(図8)。それは乱流長さスケールの検討で述べたように $q^2l$  微分方程式に含まれている恣意的な変数  $L$  の原因であると考えられる。 $L$  を 100 と設定した場合には鉛直拡散係数が最大 100  $m^2/s$  となり、YM 2.0、YM 2.25 と同程度の鉛直拡散係数が解析された(図9)。

標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルでは鉛直拡散係数が最大 200  $m^2/s$  程度であり、YM 2.0、YM 2.25 より2倍ぐらい大きな値となっている(図8)。この数値に対しては、より詳細な検討が必要である。特に、標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルで利用されている定数は、風洞実験のように室内気流の解析から求められた定数なので、空間スケールの大きい気象現象の解析に適用するには、その信頼性を検証する必要がある。

## 6. まとめ

- (1) YM レベルモデルの問題点として、臨界 Richardson 数 ( $R_{gc} = 0.195$ ) を超える安定の気象状態では効果的な安定度関数の解析ができないことが確認された。また、上層で乱流長さスケールが大きく解析されている問題点も示唆された。
- (2) 積分式を利用して乱流長さスケールを解析する YM 2.0 レベルモデルと YM 2.25 モデルは鉛直方向の運動が激しい気象現象に対してはその適用が難しい。
- (3)  $q^2l$  微分方程式を解いて乱流長さスケールを解析する YM 2.25+ $q^2l$  モデルは、上層で乱流長さスケールの減少が見れるが、適切な経験定数の設定が難しい。
- (4) 標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルを利用して乱流長さスケールを求めると、YM モデルと比べて自然的に乱流長さスケールが上層で減少する。しかし、標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルに用いられる定数は風洞実験のような室内気流解析分野で適用された定数なので、気象モデルに対する検討が必要である。

## 7. 今後の課題

より詳細な各乱流モデルの特徴を明らかにするため、実際特定の地形に対して現実的な地表面温位の日変動を考慮し、観測結果と比較検討を行う必要がある。

また、標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルの気象モデルへの適用例が少ないため、標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルに用いる定数に対する検討も重要である。

一方、安定な気象状態における乱流解析の問題は YM モデルと共に標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデルでも困難であると思われる。YM モデル、標準 $\kappa$ - $\epsilon$ モデル以外の乱流モデルとして、応力方程式モデルと LES モデルの適用性も検討する必要がある。

## 参考文献

- (1) Oochouchi Y. et al. : A Numerical Study on the Effects of a Mountain on the Land and Sea Breezes, J. Meteor. Soc., Japan, Vol. 56, 368-386, 1978
- (2) Mellor G. L. and Yamada T. : Development of a Turbulence Closure Model for Geophysical Fluid Problems, Rev. Geophys. and Space Phys., Vol. 20, No 4, 851-875, 1982.

## Appendix A. YM モデルの基礎式

### (1) 乱流エネルギー ( $k = q^2/2$ )

代数式

$$q^2 = B_1 l \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] (1 - R_f) S_M \quad (A1)$$

微分方程式

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \left( \frac{q^2}{2} \right) &= P_s + P_b - e \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left( q l S_q \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q^2}{2} \right) \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left( q l S_q \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q^2}{2} \right) \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( q l S_q \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{q^2}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (A2)$$

### (2) 乱流長さスケール ( $l$ )

代数式

$$l = l_0 \frac{kz}{kz + l_0} \quad (A3)$$

$$l_0 = \frac{0.1 \int_0^\infty zq \, dz}{\int_0^\infty q \, dz}$$

微分方程式

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} (q^2 l) &= l E_1 [P_s + P_b] - \frac{q^3}{B_1} \left[ 1.0 + E_2 \left( \frac{1}{kz} \right)^2 \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left( q l S_l \frac{\partial}{\partial x} q^2 l \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( q l S_l \frac{\partial}{\partial y} q^2 l \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( q l S_l \frac{\partial}{\partial z} q^2 l \right) \end{aligned} \quad (A4)$$

### (3) 安定度関数

代数式

$$S_M = C_M \frac{(R_{fc} - R_f)(R_{f1} - 1)}{(1 - R_f)(R_{f2} - 1)} \quad (A5)$$

$$S_H = C_H \frac{(R_{fc} - R_f)}{(1 - R_f)}$$

連立代数式

$$\begin{aligned} S_M [6A_1 A_2 G_M] \\ + S_H [1 - 3A_2 B_2 G_H - 12A_1 A_2 G_H] &= A_2 \\ S_M [1 + 6A_1^2 G_M - 9A_1 A_2 G_H] \\ - S_H [12A_1^2 G_H + 9A_1 A_2 G_H] &= A_1 (1 - 3C_1) \end{aligned} \quad (A6)$$

### (4) 定数

$$R_f = 0.6588 \left[ \frac{R_g + 0.1776 - (R_g^2 - 0.3221R_g + 0.03156)^{1/2}}{R_g} \right] \quad (A5)$$

$$R_g = \frac{g \frac{\partial q}{\partial z}}{q \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]}$$

$$P_s = K_V^{(m)} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + K_V^{(m)} \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2$$

$$P_b = K_V^{(h)} \frac{g}{q} \frac{\partial q}{\partial z}$$

$$e = \frac{q^3}{B_1 l}$$

$$G_M = \frac{l^2}{q^2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]$$

$$G_H = -\frac{l^2}{q^2} \frac{g}{q} \frac{\partial q}{\partial z}$$

$$(A_1, B_1, A_2, B_2, C_1, C_2, C_3)$$

$$= (0.92, 16.6, 0.74, 10.1, 0.08, 0.0, 0.0)$$

$$(R_{f1}, R_{f2}, R_{fc}, R_{gc}) = (0.234, 0.223, 0.191, 0.195)$$

$$(C_M, C_H) = (1.960, 2.583)$$

$$(S_q, S_l, E_1, E_2) = (0.2, 0.2, 1.8, 1.33 \cdot \exp(-\frac{z}{500}))$$

## Appendix B. 標準k-eモデルの基礎式

### (1) 乱流エネルギー ( $k = q^2/2$ )

$$\frac{Dk}{Dt} = P_s + P_b - e$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_{kH} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_{kH} \frac{\partial k}{\partial y} \right) \quad (B1)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma_{kV} \frac{\partial k}{\partial z} \right)$$

### (2) 乱流エネルギー消散率 ( $e$ )

$$\frac{De}{Dt} = C_1 \frac{e}{k} [P_s + P_b] - C_2 \frac{e^2}{k}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_{eH} \frac{\partial e}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_{eH} \frac{\partial e}{\partial y} \right) \quad (B2)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma_{eV} \frac{\partial e}{\partial z} \right)$$

### (3) 定数

$$(C_m, S_s, S_e, S_T, C_1, C_2) = (0.09, 1.0, 1.3, 1.0, 1.44, 1.92)$$

$$C_3 = \begin{cases} 0.0 & (P_b < 0) \\ 1.0 & (P_b \geq 0) \end{cases}$$

$$\Gamma_{kH} = \frac{n_{tH}}{S_k} \quad \Gamma_{kV} = \frac{n_{tV}}{S_k} \quad (B3)$$

$$\Gamma_{eH} = \frac{n_{tH}}{S_e} \quad \Gamma_{eV} = \frac{n_{tV}}{S_e}$$

本研究では  $n_{tH} = n_{tV} = K_v^{(m)}$  とした。