環境・エネルギー工学専攻		受験番号	

平成 24 年度大学院前期課程
環境・エネルギー工学専攻

専門基礎科目
入試問題

科目名	出題番号
基礎数学	問 1（1）（2）　（必修）
	問 2　（必修）
基礎物理	問 3（1）（2）（3）　（選択）
基礎化学	問 4（1）（2）　（選択）
基礎生物	問 5（1）（2）（3）　（選択）

【注意】

- 本紙および解答した各問題解答用紙に受験番号を必ず記入すること。
- 問 1・問 2 は必ず解答すること。また、問 3・問 4・問 5 については、1 題を選択して解答すること。
- **問 3・問 4・問 5 の内、選択した問の番号に○印をつけること。**

問 3　　問 4　　問 5

平成 23 年 8 月 23 日（火）

13:00～15:30 実施

S4-111

環境・エネルギー工学専攻	基礎数学【問 1】	受験番号	

（1）以下の問いに答えなさい。

(a) $x^3+y^3-3bxy=0$のとき、$\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}}$、$\frac{\mathrm{dy}^2}{\mathrm{dx}^2}$を求めなさい。

(b) $\mathrm{y}(x-y)^2=x$のとき、$\int\frac{dx}{x-3y}$を求めなさい。

(c) $\lim_{n\to\infty}S_n$を求めなさい。ただし、$S_n=\frac{1}{\sqrt{n}}\left\{\frac{1}{\sqrt{1+n}}+\frac{1}{\sqrt{2+n}}+\cdots\cdots\cdots+\frac{1}{\sqrt{n+n}}\right\}$とする。

(d) xの絶対値が小さいときに、次の近似式が成り立つことを証明しなさい。

$$\frac{1}{e}(1+x)^{\frac{1}{x}}\approx 1-\frac{x}{2}+\frac{11}{24}x^2-\frac{7}{16}x^3$$

必要なら以下のテイラー展開式を用いなさい。

- $e^x=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots$
- $\log(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\cdots$
- $(1+x)^\alpha=1+\alpha x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3+\cdots$

以下に記入すること

（１）(a)

（１）(b)

$\diagup$ 40

以下に記入すること

（１）(c)

以下に記入すること

（１）(d)

環境・エネルギー工学専攻	基礎数学【問 1】	受験番号	

（２）以下の漸化式について、各小問に答えなさい。

$$x_1(n) = 2x_2(n-1) - x_1(n-1)$$
$$x_2(n) = 3x_1(n-1) - 2x_2(n-1)$$

ここで、n は自然数とする。

(a) 縦ベクトル $\mathbf{X}(n) = (x_1(n), x_2(n))^T$ （ここで上付添字 T は転置を表す）とすると、上の漸化式は以下の式で表される。ここで A はサイズが 2×2 の行列である。行列 A を求めなさい。

$$\mathbf{X}(n) = A\mathbf{X}(n-1)$$

(b) 行列 A の固有値、固有ベクトルを求めなさい。

(c) 正則な行列 P を適切に定義し $P\mathbf{Y}(n) = \mathbf{X}(n)$ とすると、(a) で求めた式は以下に示すように対角化することができる。この時の行列 P および対角行列Λを求めなさい。

$$\mathbf{Y}(n) = P^{-1}AP\mathbf{Y}(n-1) = \Lambda\mathbf{Y}(n-1)$$

(d) 初期値 $x_1(0) = a, x_2(0) = b$ として各漸化式 $x_1(n),\ x_2(n)$ を求めなさい。

以下に記入すること

（２）(a)

（２）(b)

$\diagup$ 30

以下に記入すること

（２）(c)

以下に記入すること

（２）(d)

環境・エネルギー工学専攻	基礎数学【問 2】	受験番号	

ある独立な複数のデータを N 個測定し、得られたデータをそれぞれ $x=(x_1, x_2,\cdots, x_N)$とする。また、測定データの平均値を A、測定データの標本分散(以降、分散と記す)を V_x とする。この時、以下の問いに答えなさい。

(a) A および V_x を、N と$(x_1, x_2,\cdots, x_N)$を用いて式で表しなさい。

(b) ある測定結果: y の関数として与えられる量を f(y)とする。このとき測定結果には誤差があるため、f(y)にも誤差が伝播する。このとき、以下の問に答えなさい。

(b-1) y の分散 V_y に起因する f(y)の分散(V_f とする)を式で表しなさい。
この式は、f(y)の y の期待値近傍における 1 次のテイラー展開を考えることと同じであることを用いて容易に導出することができる。

(b-2) 測定データの分散 V_x を用いて、測定データの平均値 A の分散 V_a を式で表しなさい。

(b-3) x は円の半径の測定結果であるとする。この時、円の半径と面積に対するそれぞれの相対誤差の大きさを求め、半径と面積のどちらの相対誤差が大きいかを示しなさい。ただし A=2.0、$V_a = 0.01$ とする。

(c) 確率分布で $x=[0,1,2,\cdots]$のような離散型確率変数を持ち、平均値と分散の期待値が等しくなるような確率分布としてポアソン分布がある。ポアソン分布で表現されると考えられる事例を挙げなさい。ポアソン分布となるに必要な条件がある場合は、その条件も示しなさい。

以下に記入すること

(a)

30

以下に記入すること

(b)

(b-1)

(b-2)

(b-3)

以下に記入すること

(c)