環境・エネルギー工学専攻		受験番号	

平成 **25** 年度大学院前期課程

環境・エネルギー工学専攻

専門基礎科目
入試問題

科目名	出題番号		頁
基礎数学	問 1（1）（2）（3）	（必修）	1～ 6
基礎物理	問 2（1）（2）（3）	（選択）	7～12
基礎化学	問 3（1）（2）（3）（4）	（選択）	13～16
基礎生物	問 4（1）（2）（3）	（選択）	17～22

この表紙の余白は計算用紙として用いてもかまわない。

【注意】

- 本紙および解答した各問題解答用紙に受験番号を必ず記入すること。
- 問 1 は必ず解答すること。また、問 2・問 3・問 4 については、1 題を選択して解答すること。
- **問 2・問 3・問 4 の内、選択した問の番号に○印をつけること。**

問 2　　　問 3　　　問 4

平成 24 年 8 月 28 日（火）

13:00～15:30 実施

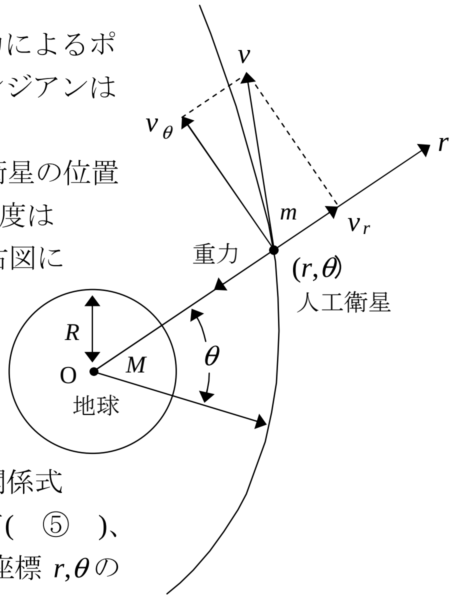
S4-111

環境・エネルギー 工学専攻	基礎物理【問 2】	受験番号	

（1）質量 m の人工衛星の運動に関する以下の問いに答えなさい。①–⑧に関しては、適切な式を解答用紙に記しなさい。地球の質量を M、重力定数を G とし、地球の重力場は一様で、中心の質点で質量が代表されるものと考える。また、宇宙空間における摩擦力や真空のエネルギーの他、太陽や周囲の惑星・衛星の影響は無視できるとする。

(a) 赤道上空に停留する静止衛星を考える。静止衛星は、推進機の出力を調整することによって一定の地上高度 h を保ちながら地球の自転と同じ角速度 ω で運動する。地球による重力と遠心力が釣り合うと考えて静止衛星の地上高度 h を G、M、ω ならびに地球の平均半径 R を用いて表しなさい。

(b) 次に、地球の重力場の中を速度 v で航行する質量 m の人工衛星を考える。人工衛星は推進機を完全に停止した状態で 2 次元平面内を運動するものとする。



1) 人工衛星の運動エネルギーは $T=($ ① $)$、地球の重力によるポテンシャルエネルギーは $U=($ ② $)$なので、ラグランジアンは $L=T-U=($ ① $)-($ ② $)$と表せる。

2) 右図に示す地球の中心を原点 O とする座標系で人工衛星の位置を(r,θ)で表す。r 方向の速度は $v_r=(\mathrm{d}r/\mathrm{d}t)$、$\theta$ 方向の速度は r と $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$ を用いて $v_\theta=($ ③ $)$と表せることから、右図に示す合成速度 v に関する式 $v^2=($ ④ $)$を得る。

3) ラグランジュ方程式の r 成分と θ 成分

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}}\right)-\frac{\partial L}{\partial r}=0,\quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right)-\frac{\partial L}{\partial \theta}=0$$

に 1)で求めたラグランジアン L を代入し、2)で得た関係式 $v^2=($ ④ $)$を用いると、運動方程式は r 成分について(⑤)、θ 成分について(⑥)と表される($\dot{r}$, $\dot{\theta}$)は各々一般座標 r,θ の時間微分を示す。

4) θ 成分に関する式⑥から $mrv_\theta=k$ (定数)が得られること(ケプラーの第二法則)を導きなさい。

5) r 成分に関する式⑤は、$mrv_\theta=k$ を用いて $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$ を消去し、径方向の速度と加速度の式

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\cdot\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\frac{k}{mr^2}\cdot\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta},\quad \frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\frac{k}{mr^2}\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)$$

を代入することで $\mathrm{d}^2X/\mathrm{d}\theta^2=-X$ と変形できる。ここで、$X=($ ⑦ $)$である。但し、$1/r^3$ の項は無視できると考える。この微分方程式を解いて、人工衛星が地球に最も近づく点 r_p で $(\mathrm{d}/\mathrm{d}\theta)(1/r)=0$、$\theta=0$ となる条件を与えると人工衛星の軌道を表す式 $r=($ ⑧ $)$が得られる。

6) 人工衛星は、運動エネルギーが地球の重力によるポテンシャルエネルギーの大きさと等しくなると軌道を脱出できる。軌道を脱出するのに必要な速度を m、r、G を用いて表しなさい。

以下に記入すること

（１）

(a)

【裏面に続く】

以下に記入すること

(b)

1) ①

②

2) ③

④

3) ⑤

⑥

4)

以下に記入すること

5) ⑦＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

⑧＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

6)

環境・エネルギー工学専攻	基礎物理【問 2】	受験番号	

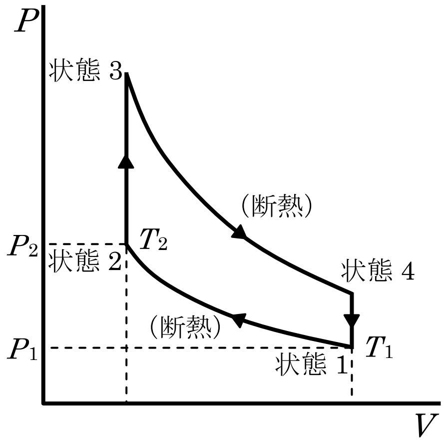
（２）以下の問いに答えなさい。（有効数字 2 桁で計算すること）

(a) ある気体 1 kg を 0.1 MPa の一定圧力の下で容積 15 m^3 から 5 m^3 まで摩擦なしに圧縮する。この圧縮過程において外部に 600 kJ/kg の放熱があった。このときの内部エネルギーとエンタルピーそれぞれの変化量を求めなさい。

(b) 1000 K と 320 K の高低温熱源の間で働くカルノーサイクルを考える。低温熱源側で捨てられる熱量が 40 kJ/kg のとき、高温熱源側でのエントロピーの変化量と得られる仕事、サイクル効率を求めなさい。

(c) 270 K の低温熱源から 300 K の高温熱源に熱を捨てる逆カルノーサイクルを使った冷凍機において、低温熱源から 1 時間当たり 3.24×10^5 kJ の割合で熱を奪うことを考える。このとき、この冷凍機に必要な動力、高温熱源に捨てる 1 時間当たりの熱量および成績係数を求めなさい。

(d) 図のように空気の断熱圧縮、定容（定積）加熱、断熱膨張、定容冷却からなるサイクルにおいて、圧縮比がε、状態 1 での圧力、温度がそれぞれ P_1、T_1 である時、これらを用いて状態 2 での圧力 P_2、温度 T_2 およびサイクル効率η を示しなさい。ただし、全てのプロセスは可逆的に起こるものとし、比熱比をγとする。



以下に記入すること

（２）

(a)

(b)

【裏面に続く】

以下に記入すること

(c)

(d)

以下に記入すること

環境・エネルギー工学専攻	基礎物理【問 2】	受験番号	

（3）下記の問いに答えなさい。

(a) 以下の文章の括弧内に適切な語句または式を記しなさい。

図 1 に示すように無限に細い導線を流れる電流 I において、電流の向きを正とする微小部分 $\mathrm{d}\vec{s}$ が位置 $\vec{r}$ の点 Q に生じさせる磁界 $\mathrm{d}\vec{H}$ は、

$$\mathrm{d}\vec{H} = \frac{I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}\vec{s}\times\vec{r}}{r^3}$$

となる。これを（　　　ア　　　）の法則と呼ぶ。$\mathrm{d}\vec{s}$（図 1 中の点線は $\mathrm{d}\vec{s}$ の延長線を意味する）と $\vec{r}$ のなす角を ϕ とすると、この微小部分により点 Q に生じる磁界の大きさ $\mathrm{d}H$ は、

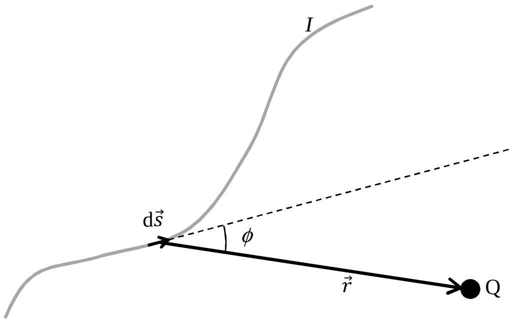


図 1

$$\mathrm{d}H = \left(\qquad\qquad イ \qquad\qquad\right) \cdot\cdot\cdot ①$$

で、その方向は、$\mathrm{d}\vec{s}$ と $\vec{r}$ を含む平面に（　　　ウ　　　）で、向きは（　エ　）ねじの法則にしたがう。

　次に、この導線が無限に長い直線であった場合を考える。この導線には電流 I が流れており、導線から点 Q までの最短距離を R とすれば、点 Q に生じる磁界 H の強さは、①式より R と I を用いて、

$$H = \left(\qquad\qquad オ \qquad\qquad\right)$$

と表される。

(b) 無限に長い二本の平行な直線導線にそれぞれ電流 I_1 と I_2 が同じ向きに流れており、図 2 に示すように導線に垂直な平面において、導線 I_1 は原点を貫き、二本の導線を結ぶ直線に沿って x 軸、それに垂直に y 軸をとる。また、導線 I_1 から P までの距離を r_1、導線 I_2 と P との距離を r_2 とし、角 α, β, θ を図 2 に示すように定める。

1) 導線 I_1 により点 P に生じる磁界 $\overrightarrow{H_1}$ および、導線 I_2 により点 P に生じる磁界 $\overrightarrow{H_2}$ の向きを図 2 の中に描きなさい。

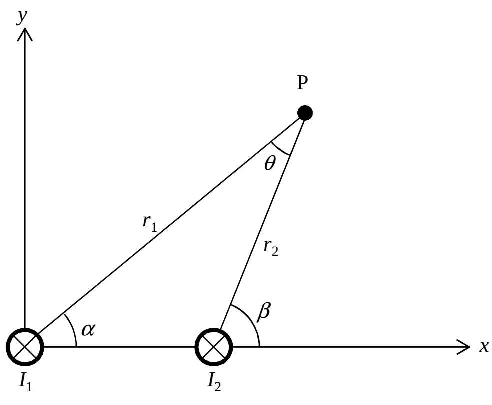


図 2

2) 磁界$\overrightarrow{H_1}$の強さH_1および、磁界$\overrightarrow{H_2}$の強さH_2を I_1, I_2, r_1, r_2 のうち適切な変数を用いて表しなさい。

3) $\overrightarrow{H_1}$と$\overrightarrow{H_2}$の合成磁界$\vec{H}$の x 成分 H_x および、y 成分 H_y を $I_1, I_2, r_1, r_2, \alpha, \beta$のうち適切な変数を用いて表しなさい。

4) 合成磁界$\vec{H}$の強さ H を $I_1, I_2, r_1, r_2, \theta$を用いて表しなさい。

以下に記入すること

（３）

(a)

ア：____________________の法則

イ：

$\mathrm{d}H=$

ウ：________________　　エ：________________ねじの法則

オ：

$H=$

【裏面に続く】

以下に記入すること

(b)

1)

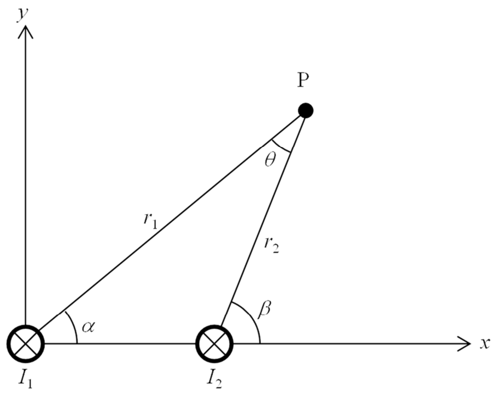


図 2

2)

3)

4)

以下に記入すること