環境・エネルギー工学専攻

物理【問 ２】	第１志望 コース		受験 番号	

（１）質量 M [kg] の一様な薄い一辺 a [m] の正方形の板を用意し、図 1 のように、正方形のひとつの頂点を固定軸 O に取り付け、物理振り子をつくった。物理振り子は、固定軸 O を中心に鉛直面内で微小振動している。物理振り子の重心を G とし、OG の鉛直からの傾きを θ[rad] とする。また、重力加速度の大きさを g [m/s^2] とする。なお、物理振り子に対する摩擦や抵抗は無視する。以下の問に答えなさい。

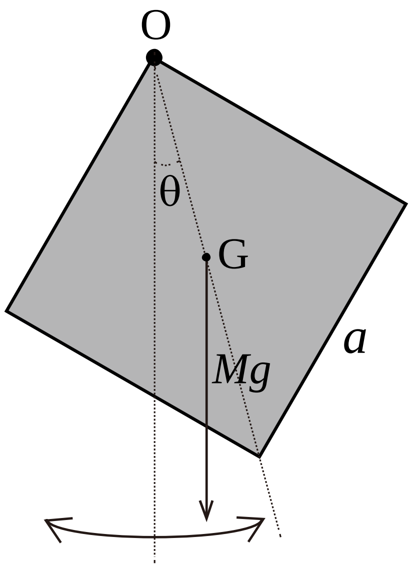


図 1　正方形の物理振り子

(a) 物理振り子の固定軸 O まわりの慣性モーメント I [kg m^2] を求めなさい。

(b) 物理振り子の回転の運動エネルギー K [J] と重力による位置エネルギー U [J] を求めなさい。ただし、$\theta = 0$ のとき $U = 0$ [J]とする。

(c) 物理振り子の運動方程式を、ラグランジュの運動方程式から導きなさい。尚、ラグランジアンは $L = K - U$ [J]、ラグランジュの運動方程式は以下の式①で表される。

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) = \frac{\partial L}{\partial \theta} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{①}$$

(d) 微小振動している物理振り子の周期[s]を求めなさい。

以下に記入すること

（１）

(a)

【裏面につづく】

以下に記入すること

(b)

(c)

以下に記入すること

(d)

環境・エネルギー工学専攻

物理【問 2】	第1志望 コース		受験 番号	

（2）以下の問に答えなさい。

(a) x方向の速度v_xを持つ質量m，密度nの単原子分子気体を考える。粒子 1 個あたりの衝突による運動量の変化は $\boxed{\text{（ア）}}$ であり、運動の向きを考慮して圧力に寄与する粒子の数が実質半分になると考えると、単位面積に単位時間あたり $\boxed{\text{（イ）}}$ 個の粒子が衝突することからx方向の圧力P_xは、$P_x = \boxed{\text{（ウ）}}$ と表せる。一方、粒子の運動が等方的でv_x^2の平均値$\langle v_x^2 \rangle$が他の成分の平均値に等しく、$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$が成立する場合には$\langle v_x^2 \rangle = (1/3)\langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = (1/3)\langle v^2 \rangle$ を用いて方向によらない圧力Pを

$$P = \boxed{\text{（エ）}}\ (1/2)m\langle v^2 \rangle$$

と表すことができる。ここで、全粒子数をN、気体の体積をVとすると$n = (N/V)$だから粒子の平均運動エネルギーと粒子数の積を内部エネルギーUと定義するとベルヌーイの式

$$PV = \boxed{\text{（オ）}}$$

が求まる。また、気体定数Rとアボガドロ数N_Aで記述されるボルツマン定数$k = R/N_A$を用いて$(1/2)m\langle v^2 \rangle = \boxed{\text{（カ）}}$から温度$T$を定義すると完全気体の状態方程式が得られる。
空白箇所(ア)～(カ)に入る適切な文字式を記号とともに解答欄に記しなさい。

(b) 熱伝導率κは単位面積を通して熱エネルギーQが運ばれる速さの温度勾配(dT/dx)に対する比として定義される。すなわち、熱が伝わる面積をAとすると

$$\frac{1}{A}\frac{dQ}{dt} = -\kappa\frac{dT}{dx}$$

である。定圧比熱と定積比熱の比γを用いてベルヌーイの式を拡張した式$PV = (\gamma - 1)Q$から衝突過程と体積変化を無視する場合には、平均自由行程と気体分子の平均速度をl, vとすると

$$\kappa = \frac{knlv}{\gamma - 1}$$

が成立することを示しなさい。ここで、nとkは気体分子の密度とボルツマン定数であり、完全気体の状態方程式から$P = nkT$と表せる。また、気体分子の密度勾配は考えないものとする。

(c) 状態方程式

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

に従う 1 モルの気体がある。ここで、PとVは圧力と体積、Tは絶対温度、Rは気体定数であり、aとbはそれぞれ正の定数である。気体の体積をV_1からV_2まで等温準静的に圧縮した場合における以下の問に答えなさい。

(i) 気体になされた仕事を計算しなさい。

(ii) 熱力学の第 1 法則$dU = d'Q - pdV$とエントロピーSの定義式$dS = d'Q/T$を用いてヘルムホルツ自由エネルギー$F = U - TS$の変化量を求めなさい。ここで、Uは内部エネルギー、$d'Q$は微小な熱量をそれぞれ表す。

(iii) エントロピーの変化量を求めなさい。

(iv) 気体の発熱量を求めなさい。

(v) 気体の内部エネルギーの変化量を求めなさい。

以下に記入すること

（２）

(a)

（ア）		（イ）		（ウ）	

（エ）		（オ）		（カ）	

(b)

【裏面につづく】

以下に記入すること

(c)

(i)

(ii)

(iii)

以下に記入すること

(iv)

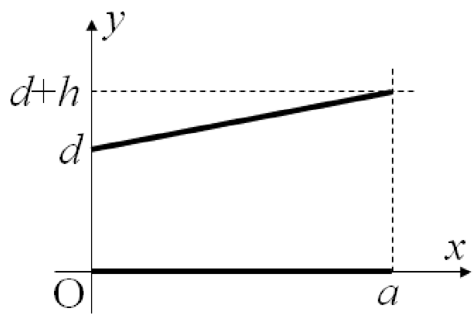
(v)

環境・エネルギー工学専攻

物理【問 ２】	第１志望 コース		受験 番号	

（３）以下の問に答えなさい。

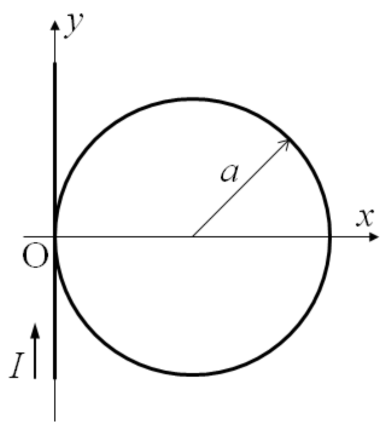
(a) 右図に示すような、下部極板は x 軸に平行で軸上にあり、上部が傾いた平板キャパシタを考える。それぞれの極板の奥行き方向の長さは単位長さである。また、d は a に比べ十分に小さく、h は d に比べて十分に小さいものとする。この極板間に電位差 V_0 [V]をかけた。極板以外は全て真空とし、真空の誘電率を ε_0 [F/m]として、以下の問に答えなさい。



(i) 極板間の電位差 V_0 は x によらず一定である。このとき、極板間の電場を x の関数 $E(x)$ [V/m]として表しなさい。

(ii) この平板キャパシタの電気容量 C [F]を求めなさい。

(b) 右図に示すように、y 軸上に無限に伸びた直線状の導線と、それに隣接し、中心が x 軸上にある半径 a [m]の 1 巻の円形コイルが xy 平面内にある。直線導線を y 軸正方向に電流 I [A]が流れている。真空の透磁率を μ_0 [T·m/A]として以下の問に答えなさい。ただし、直線導線と円形コイルは隣接しているが接していない、つまり電流は直線導線にのみ流れるものとして考えなさい。



(i) $x > 0$ における直線導線が作る磁場の大きさを x の関数 $B(x)$ [T]として表しなさい。

(ii) 円形コイルを貫く磁束 Φ [Wb]を求めなさい。

(iii) 直線導線と円形コイルの相互インダクタンス M [H]を求めなさい。

以下に記入すること

（３）

(a)(i)

(ii)

【裏面につづく】

以下に記入すること

(b)(i)

(ii)

以下に記入すること

(iii)